



## PROMETHEE I METODO TAIKYMAS GERIAUSIAI ALTERNATYVAI NUSTATYTI

Valentinas Podvezko<sup>1</sup>, Askoldas Podvezko<sup>2</sup>

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva*  
*El. paštas: <sup>1</sup>valentinas.podvezko@fm.vgtu.lt; <sup>2</sup>askoldas@gmail.com*

*Įteikta 2008-11-05; priimta 2009-02-15*

**Santrauka.** Priimant sprendimą paprastai iš kelių pasiūlytų variantų – galimų veiklos alternatyvų – reikia pasirinkti geriausią. Tai gali būti technologinio arba investicinio projekto pasirinkimas, įmonių finansinės, komercinės veiklos, strateginio potencialo palyginimas, šalies regionų ir atskirų šalių plėtros vertinimai ir daug panašių uždavinių. Pastaruoju metu socialinių ir ekonominių reiškinių, sudėtingų procesų kiekybiniam vertinimui vis plačiau taikomi daugiakriteriniai metodai. Iš jų išsiskiria metodai su gilesne vidine logika, naudojant vadinamąsias prioritetiškumo funkcijas. Pasirenkant funkcijas ir jų parametrus aktyviai dalyvauja priimantis sprendimą asmuo. Prie šių metodų prisiskiria ir PROMETHEE metodai. Iš jų istoriškai pirmasis yra PROMETHEE I metodas, kuriame atsispindi visų PROMETHEE metodų logika. Praktikoje pasitaiko atvejų, kai kiti daugiakriteriniai metodai nenustato geriausios alternatyvos. Tokiu atveju pasirinkti geriausią alternatyvą padeda PROMETHEE I metodas.

**Reikšminiai žodžiai:** PROMETHEE I metodas, daugiakriteriniai metodai, geriausia alternatyva, prioritetiškumo funkcija.

## PROMETHEE I METHOD APPLICATION FOR IDENTIFICATION OF THE BEST ALTERNATIVE

Valentinas Podvezko<sup>1</sup>, Askoldas Podvezko<sup>2</sup>

*Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania*  
*E-mail: <sup>1</sup>valentinas.podvezko@fm.vgtu.lt; <sup>2</sup>askoldas@gmail.com*

*Received 5 November 2008; accepted 15 February 2009*

**Abstract.** Decision making in human activity is often about an ability to make the best choice among a few possible alternatives. Such tasks could be selection of a technological or investment project, comparative analysis of commercial activity, financial strength or strategic potential of a number of enterprises, assessment of development level of different countries or country regions, etc. A considerable recent usage increase of multicriteria methods in quantitative analysis of social or economic phenomena is clearly observed. Such methods, but with deeper logic are using the so-called preference functions. PROMETHEE methods are such methods. Choice of the functions and their parameters is made by decision-makers. Chronologically, the first such a method is called PROMETHEE I. It furnished its core logic for all subsequent PROMETHEE methods. In such cases, when multi-criteria methods do not offer the best alternative, PROMETHEE I does it.

**Keywords:** PROMETHEE I method, multicriteria methods, best alternative, preference function.

## 1. Įvadas

Priimant sprendimą, iš kelių pasiūlytų variantų – galimų veiklos alternatyvų – reikia pasirinkti geriausią. Tai gali būti geriausio technologinio arba investicinio projekto pasirinkimas, įmonių finansinės, komercinės veiklos, strateginio potencialo lyginimas, šalies regionų ir atskirų šalių plėtros vertinimas ir daug panašių uždavinių. Nė vieno iš jų neįmanoma išreikšti vienu dydžiu, rodikliu, nes sunku rasti tokią jo savybę, kuri integruotų visus esminius reiškinio aspektus.

Pastaruoju metu socialinių bei ekonominių reiškinų ir sudėtingų procesų kiekybiniam vertinimui vis plačiau taikomi daugiakriteriniai metodai (Hwang, Yoon 1981; Figueira *et al.* 2005; Zavadskas, Kaklauskas 2007; Ginevičius 2006; Ginevičius *et al.* 2006; Ginevičius, Podvezko 2008a, b; Podvezko 2006, 2008). Pasiūlyta pačių įvairiausių būdų, kaip susieti nagrinėjamo reiškinio dalinius rodiklius į apibendrinamąjį – sukurta daug skirtingų daugiakriterinių metodų, vertinančių sudėtingus procesus.

Šių metodų pagrindą sudaro rodiklių, apibūdinančių lyginamus objektus (alternatyvas)  $A_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), statistiniai duomenys arba ekspertų vertinimai ir rodiklių reikšmingumai (svoriai)  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), čia  $m$  – rodiklių skaičius,  $n$  – lyginamų objektų (alternatyvų) skaičius. Vertinimo tikslas – taikant kiekybinius daugiakriterinius metodus, ranguoti lyginamus objektus  $A_j$  siekiamo tikslo atžvilgiu.

Tarp kiekybinių daugiakriterinių metodų išsiskiria metodai, pagrįsti gilesne vidine logika, naudojantis vadinamosiomis prioritetiškumo funkcijomis. Pasirenkant šias funkcijas ir jų parametras aktyviai dalyvauja priimančias sprendimą asmuo. Prie šių metodų priskiriamai ir PROMETHEE metodai. Iš jų istoriškai pirmasis yra PROMETHEE I metodas, kuriame atsispindi visų PROMETHEE metodų logika.

PROMETHEE metodai pasaulyje žinomi ir plačiai taikomi. PROMETHEE metodų bibliografija išpūdinaga. Metodų autoriai Brans ir Mareschal (2005) cituoja 99 straipsnius ir knygas, kur nagrinėjami teoriniai šių metodų klausimai ir aprašomi skirtingose srityse taikomi pavyzdžiai. Behzadian *et al.* (2009) PROMETHEE metodų apžvalginiam straipsnyje cituoja 220 šių metodų metodologijos ir taikymo literatūros šaltinių. PROMETHEE (*Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluation*) metodologija buvo sėkmingai pritaikyta daugelyje įvairių sričių – bankininkystėje, sveikatos apsaugos srityje, hidrologijoje ir vandens resursams vertinti, logistikoje ir transporto sferoje, energetikoje, pramonės plėtrai, žmonių išteklių planavimui, medicinoje, chemijos uždaviniuose, turizmo sferoje, vertinant socialinius procesus, pramonės plėtrą ir daugelyje kitų sferų (Brans, Mareschal 2005; Behzadian *et al.* 2009). PROMETHEE

metodai priklauso metodams, taikantiems vadinamąsias prioritetiškumo funkcijas.

Lietuvoje šis metodas žinomas. Jis yra minėtas mokslinėse publikacijose (Mikalauskienė, Štreimikienė 2008; Ustinovičius, Zavadskas 2004; Žvirblis *et al.* 2008; Tamošiūnienė *et al.* 2006), tačiau šie metodai Lietuvoje dar netaikyti praktiškai. VGTU žurnale „Journal of Civil Engineering and Management“ buvo paskelbtas lenkų mokslininko M. Nowak (2005) straipsnis, kuriame pritaikytas PROMETHEE II metodas vertinant investicinius projektus.

Šio straipsnio tikslas – išaiškinti PROMETHEE metodo logiką ir algoritmą, padėti norintiems taikyti PROMETHEE metodą Lietuvoje parodyti metodo taikymo galimybę praktikoje, jo skaičiavimo schemą. Pagrindinis tikslas – metodo populiarizacija ir formavimas Lietuvoje.

## 2. PROMETHEE I metodo aprašas

Kaip ir kitų kiekybinių daugiakriterinių metodų, PROMETHEE I metodo pagrindą sudaro rodiklių, charakterizuojančių lyginamus objektus, statistinių duomenų (arba ekspertų vertinimų) matrica  $\mathbf{R} = \left\| r_{ij} \right\|$  ir rodiklių svoriai  $\omega_p$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ , čia  $m$  – rodiklių skaičius,  $n$  – lyginamų objektų (alternatyvų) skaičius. Taikant kiekybinius daugiakriterinius vertinimo metodus nustatoma, kokio pavidalo – maksimizuojamo arba minimizuojamo – yra kiekvienas rodiklis. Maksimizuojamųjų rodiklių geriausios reikšmės – didžiausios, minimizuojamųjų – geriausios reikšmės mažiausios. Kiekybinių daugiakriterinių metodų kriterijai dažniausia sujungia rodiklių bedimenses (normalizuotas) reikšmes  $\tilde{r}_{ij}$  ir rodiklių svorius  $\omega_i$ .

PROMETHEE I (dalinio klasifikavimo) ir PROMETHEE II (pilno klasifikavimo) metodus pasiūlė belgų mokslininkas Jean-Pierre Brans (1982), o vėliau kartu su B. Mareschal sukūrė PROMETHEE III (klasifikavimas pagal intervalus), PROMETHEE IV (tolydinis atvejis), PROMETHEE V (kelių alternatyvų pasirinkimas esant apribojimams), PROMETHEE VI (kriterijų jautrumo nustatymas, žmogaus smegenų darbo modeliavimas) ir metodų vizualinį modulį GAIA (Brans, Mareschal 1992, 1994, 1996, 2005).

PROMETHEE I metodo logika skiriasi nuo kitų kiekybinių daugiakriterinių metodų. Sprendimą priimančias asmuo (SPA) aktyviai dalyvauja uždavinio pasiruošimo ir sprendimo etape. SPA išskiria metodo vertinimo sprendimo priėmimo prioritetus – nustato kiekvieno  $R_i$  rodiklio (kriterijaus) ribinius (didžiausius ir mažiausius) leistinus skirtumus. Tokiu atveju alternatyvos  $A_j$  ir  $A_k$  yra identiškos (*indifference*)  $R_i$  rodiklio atžvilgiu, jei rodiklio reikšmių  $r_{ij}$  ir  $r_{ik}$  skirtumas  $d_i(A_j, A_k) = r_{ij} - r_{ik}$  yra mažesnis

už nustatytą mažiausią ribinę reikšmę  $q$  ir alternatyva  $A_j$  turi prioritetą (*preference*) palyginti su alternatyva  $A_k$  ( $R_i$  rodiklio atžvilgiu), jei rodiklio reikšmių  $r_{ij}$  ir  $r_{ik}$  skirtumas  $d_i(A_j, A_k) = r_{ij} - r_{ik}$  yra didesnis už nustatytą didžiausią ribinę reikšmę  $s$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j, k = 1, 2, \dots, n$ , čia  $m$  – taikomų rodiklių skaičius,  $n$  – lyginamų objektų (alternatyvų) skaičius. Taip pat SPA kiekvienam rodikliui nustato konkrečią prioritetiškumo funkciją  $p(d)$  (su parametrais  $q$  ir  $s$ ), kuri vertina  $R_i$  rodiklio reikšmių  $r_{ij}$  ir  $r_{ik}$  alternatyvų  $A_j$  ir  $A_k$  skirtumo  $d_i(A_j, A_k)$  laipsnį. Prioritetiškumo funkcijos reikšmės kinta nuo 0 iki 1 ir rodo, koku lygiu alternatyva  $A_j$  svarbesnė už alternatyvą  $A_k$  (rodiklio  $R_i$  atžvilgiu). Jei šis skirtumas  $d = d_i(A_j, A_k)$ , kaip mano SPA, yra nedidelis, prioritetiškumo funkcijos reikšmė  $p(d) = 0$ , t. y. alternatyvos  $A_j$  ir  $A_k$  laikomos identiškoms  $R_i$  rodiklio atžvilgiu (prioritetų nebuvimo atvejis); jei skirtumas  $d_i(A_j, A_k)$  labai didelis (griežtas), t. y. alternatyva  $A_j$  nepalyginti reikšmingesnė už  $A_k$  (griežtojo prioriteto atvejis) ir  $p(d) = 1$ . Galimybė įtraukti į alternatyvų vertinimo kriterijų (rodiklių) palyginimą, jų reikšmių skirtumo laipsnį, taikant prioritetiškumo funkciją, yra vienas iš PROMETHEE I metodo požymių ir privalumų.

Galima pastebėti, kad PROMETHEE I metodas taiko trijų daugiakriterinių metodų idėjas. AHP (*Analytic Hierarchy Process*) T. Saaty metodo (Saaty 1980, 2005; Ginevičius *et al.* 2004) taikoma visų kriterijų (rodiklių) porinio palyginimo idėja, tik vietoj vertinimo 1-3-5-7-9 skalės taikomos prioritetiškumo funkcijos  $p(d)$  reikšmės. Taip pat taikoma SAW (*Simple Additive Weighting*) metodo rodiklių reikšmingumo (svorių)  $\omega_i$  ir jų normalizuotų reikšmių  $\tilde{r}_{ij}$  sujungimo idėja (Hwand, Yoon 1981):

$$S_j = \sum_{i=1}^m \omega_i \tilde{r}_{ij}, \quad (1)$$

tik vietoj normalizuotos reikšmės  $\tilde{r}_{ij}$  paimtos prioritetiškumo funkcijos  $p(d)$  reikšmės.

Taikoma ir TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*) metodo (Hwand, Yoon 1981; Ginevičius *et al.* 2005) visų geriausių ir blogiausių vertinimų palyginimo idėja. Pagrindinis PROMETHEE I metodo nuo kitų kiekybinių daugiakriterinių metodų skirtumas (ir šio metodo ypatingumas) tas, kad vertinimai taikomi netiesiogiai, o naudojant prioritetiškumo funkcijas.

Praktiškai naudoti užtenka šešių tipinių prioritetiškumo funkcijų  $p(d)$  variantų (1 pav.).

Įprastas (paprasčiausias) kriterijus gali būti taikomas, kada aprašomas klasikinis sprendimo priėmimo teorijos atvejis su neabejotinų alternatyvų  $A_j$  ir  $A_k$  prioritetiškumo nebuvimo (identiško) atveju, t. y.  $p(d) = 0$ , kai  $i$ -tojo rodiklio skirtumas  $d_i(A_j, A_k) \leq 0$  ir  $p(d) = 1$ , kai  $d_i(A_j, A_k) > 0$ . Sprendimą priimančiam asmeniui šiuo atveju svarbu tik tai, kad vieno rodiklio reikšmė viršija kito

rodiklio, bet skirtumo dydis yra nesvarbus, pavyzdžiui, ar viena kaina yra didesnė už kitą, ar padidėja, ar sumažėja prekių apyvarta?

U pavidalo (antras) kriterijus skiriasi nuo įprastojo taip, kad kritinė identiškumo reikšmė  $q$  įtraukiama į modelį: tai yra didžiausias  $i$ -tojo rodiklio skirtumas  $d_i(A_j, A_k)$ , kai alternatyvoms  $A_j$  ir  $A_k$  dar priskiriamas identiškumo santykis. Pavyzdžiui, dviejų darbuotojų darbo našumas įvertintas vienodai, jei jų skirtumas neviršija  $q$  dydžio. Arba darbuotojo atlyginimas naujame darbe praktiškai nesiskiria nuo dabar gaunamo, jei didėja mažiau nei  $q$  litų.

Naudojant V pavidalo tiesinio prioritetiškumo (trečio) kriterijų, į įvertinimą įtraukiama kritinė prioritetiškumo reikšmė  $s$ : jei  $i$ -tojo rodiklio skirtumas  $d_i(A_j, A_k)$  yra didesnis už nustatytą kritinę reikšmę  $s$ , tai reiškia, kad alternatyva  $A_j$  gerokai svarbesnė (turi prioritetą) už  $A_k$  ( $i$ -tojo rodiklio atžvilgiu) ir  $p(d) = 1$ . Kai skirtumas kinta nuo nulio iki kritinės reikšmės  $s$ , prioritetiškumas didėja tiesiškai. Pavyzdžiui, svarbu ne pats faktas, kad vieno darbuotojo darbo našumas arba darbo stažas yra didesnis už kito darbuotojo, bet yra noras įtraukti į įvertinimą rodiklio pokyčio dalis. Šita prioritetiškumo funkcija „atsargiai“ įtraukia alternatyvų skirtumą į jų palyginimo vertinimą. Pavyzdžiui, vertintojui svarbus pastovus darbo našumo arba algos didėjimas.

Laiptinis (ketvirtas) kriterijus nustato ir identiškumo būklę  $q$ , ir griežto prioritetiškumo reikšmę  $s$ : jei skirtumas  $d_i(A_j, A_k)$  ne didesnis už  $q$ , tai yra alternatyvų identiškumas ( $p(d) = 0$ ); kai skirtumas didesnis už  $s$ , alternatyva  $A_j$  gerokai svarbesnė už  $A_k$  ir prioritetiškumo funkcijos reikšmė lygi vienam ( $p(d) = 1$ ); kai skirtumas  $d$  įgyja reikšmę nuo  $q$  iki  $s$ , alternatyva  $A_j$  turi silpną prioritetiškumą, palyginti su  $A_k$ , ir prioritetiškumo funkcijos reikšmė lygi 0,5. Pavyzdžiui, darbuotojui neįdomus naujas darbas, jei atlyginimas padidės mažiau negu  $q$  litų, jam priimtinas variantas, kai padidės daugiau negu  $s$  litų ir abejotinas variantas, kai padidės nuo  $q$  iki  $s$ .

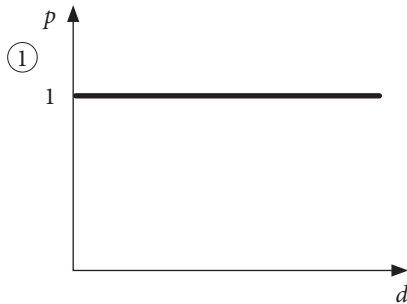
Analogiškai taikomas ir kitas (penktas) tiesinio prioritetiškumo ir identiškumo srities kriterijus, kai nustatoma identiškumo būklė  $q$  ir griežto prioritetiškumo reikšmė  $s$ , tik tarp šitų kritinių reikšmių nustatoma tiesinis priklausomybės prioritetiškumo funkcija.

Gauso kriterijus taikomas normaliai pasiskirsčiusiems atsitiktiniams dydžiams vertinti. Šiuo atveju prioritetiškumas auga nedaug, pradėdant nuo nulinio skirtumo. Bet ir su labai dideliais skirtumais  $d_i(A_j, A_k)$  prioritetiškumo funkcijos  $p(d)$  reikšmė tik artėja prie vieneto, neįgydama šios reikšmės. Taikant Gauso kriterijų reikia apibrėžti normaliojo skirstinio parametą  $\sigma$  – vidutinį kvadratinį nuokrypį.

PROMETHEE I metodo vertinimo pagrindą sudaro visų porų alternatyvų  $A_j$  ir  $A_k$  lyginimas (kaip ir AHP

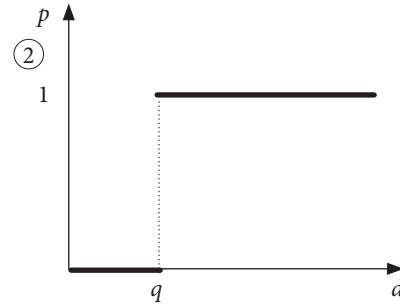
1. Įprastas kriterijus  
*Usual Criterion*

$$p(d) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d \leq 0 \\ 1, & \text{kai } d > 0 \end{cases}$$



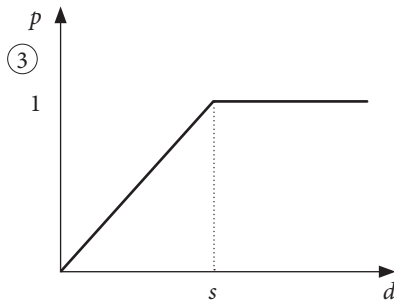
2. U pavidalo kriterijus  
*U-Shape Criterion*

$$p(d) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d \leq q \\ 1, & \text{kai } d > q \end{cases}$$



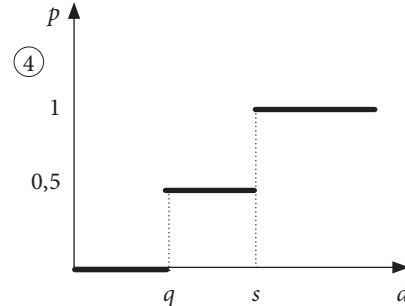
3. V pavidalo (tiesinio prioritetiškumo) kriterijus  
*V-Shape Criterion*

$$p(d) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d \leq 0 \\ \frac{d}{s}, & \text{kai } 0 < d \leq s \\ 1, & \text{kai } d > s \end{cases}$$



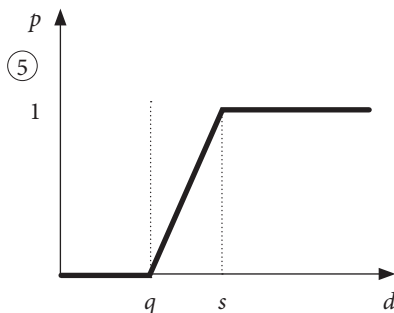
4. Laiptinis kriterijus  
*Level Criterion*

$$p(d) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d \leq q \\ 0,5, & \text{kai } q < d \leq s \\ 1, & \text{kai } d > s \end{cases}$$



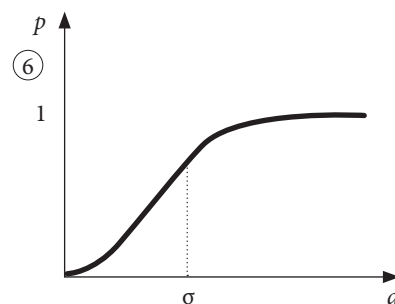
5. V pavidalo su identiškumo sritimi kriterijus  
*V-Shape with Indifference Criterion*

$$p(d) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d \leq q \\ \frac{d-q}{s-q}, & \text{kai } q < d \leq s \\ 1, & \text{kai } d > s \end{cases}$$



6. Gauso kriterijus  
*Gaussian Criterion*

$$p(d) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d \leq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2}\right), & \text{kai } d > 0 \end{cases}$$



1 pav. Tipinių prioritetiškumo funkcijų pavyzdžiai  
Fig. 1. Samples of typical preference functions

metode), taikant vadinamąjį rangavimo (*Outranking*) santykį  $\pi(A_j, A_k)$ , kuris skaičiuojamas pagal formulę:

$$\pi(A_j, A_k) = \sum_{i=1}^m \omega_i p_i(d_i(A_j, A_k)), \quad (2)$$

čia:  $\omega_i$  –  $i$ -tojo rodiklio  $R_i$  svoris (reikšmingumas),  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ ;  $d_i(A_j, A_k) = r_{ij} - r_{ik}$  alternatyvų  $A_j$  ir  $A_k$   $i$ -tojo rodiklio  $R_i$  reikšmių  $r_{ij}$  ir  $r_{ik}$  skirtumas;

$p_t(d) = p_t(A_j, A_k)$  –  $t$ -oji prioritetiškumo funkcija, pasirinktoji  $i$ -tajam rodikliui ( $t$  – vienos iš šešių 1 pav. pasirinktos  $i$ -tojo rodiklio vertinimui prioritetiškumo funkcijos numeris).

Prioritetiškumas  $p_t(d) = p_t(d_i(A_j, A_k))$  taikomas, kai  $i$ -tasis kriterijus (rodiklis) yra maksimizuojamo pavidalo. Minimizuojamųjų rodiklių atveju vietoj skirtumo  $d_i(A_j, A_k) = r_{ij} - r_{ik}$  imama priešinga reikšmė:

$$p_t(d) = p_t(-d_i(A_j, A_k)).$$

Skirtingai nuo AHP metodo PROMETHEE I metodas nustato ne tik  $A_j$  alternatyvos rangavimo (*Outranking*) santykį  $\pi(A_j, A_k)$  alternatyvos  $A_k$  atžvilgiu, bet ir atvirkščiai –  $\pi(A_k, A_j)$ , t. y. alternatyvos  $A_k$  rangavimo (*Outranking*) santykį alternatyvos  $A_j$  atžvilgiu. Atkreipiamas dėmesys, kad viena iš dviejų prioritetiškumo funkcijos  $p_t(d_i(A_j, A_k))$  arba  $p_t(d_i(A_k, A_j))$  reikšmių bus lygi nuliui.

Kai  $\pi(A_k, A_j)$  artima nuliui,  $A_j$  alternatyva turi silpną prioritetą lyginant su  $A_k$ , kai  $\pi(A_k, A_j)$  artima vienetui,  $A_j$  turi stiprų prioritetą lyginant su  $A_k$ .

Rangavimo (*Outranking*) santykį  $\pi(A_j, A_k)$  (1 lentelė) galima interpretuoti kaip prioritetiškumo indeksą, rodantį  $A_j$  alternatyvos pranašumą (pirmenybę)  $A_k$  atžvilgiu. Santykis  $\pi(A_j, A_k)$ , kaip rodo (2) formulė, vertina visų  $m$  taikomų kriterijų (rodiklių) reikšmes, jų skirtumų įtaką galutinei indekso reikšmei. Kai  $\pi(A_j, A_k) = 0$ , alternatyva  $A_j$  indiferentiška  $A_k$  atžvilgiu, kai  $\pi(A_j, A_k) = 1$  – yra jos pilnas prioritetiškumas. Kai  $\pi(A_j, A_k)$  reikšmė yra tarp 0 ir 1, didėjant jos reikšmei didėja ir prioritetiškumo laipsnis.

Kitas PROMETHEE I metodo etapas – kiekvienos alternatyvos visų teigiamų („išeinančių“) prioritetiškumų vertinimas – palyginimo matricos  $j$ -osios eilutės suma (paskutinis 1 lentelės stulpelis):

$$F_j^+ = \sum_{k=1}^n \pi(A_j, A_k) \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (3)$$

Teigiamas rangavimo srautas rodo  $A_j$  alternatyvos pranašumą bet kurios kitos alternatyvos atžvilgiu. Kuo didesnė  $F_j^+$  reikšmė, tuo geresnė  $A_j$  alternatyva.

Taip pat skaičiuojamas visų neigiamų („įeinančių“) prioritetiškumų srautas – palyginimo matricos  $j$ -ojo stulpelio suma (paskutinė 1 lentelės eilutė):

$$F_j^- = \sum_{k=1}^n \pi(A_k, A_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

$F_j^-$  rodo alternatyvos silpnybę: kuo mažesnė  $F_j^-$  reikšmė, tuo geresnė  $A_j$  alternatyva.

**1 lentelė.** Rangavimo (*Outranking*) santykių  $\pi(A_j, A_k)$  matrica

**Table 1.** The outranking relationships  $\pi(A_j, A_k)$  matrix

	$A_1$	$A_2$	...	$A_n$	$F^+$
$A_1$	0	$\pi(A_1, A_2)$	...	$\pi(A_1, A_n)$	$F_1^+$
$A_2$	$\pi(A_2, A_1)$	0	...	$\pi(A_2, A_n)$	$F_2^+$
...	...	...	0	...	...
$A_n$	$\pi(A_n, A_1)$	$\pi(A_n, A_2)$	...	0	$F_n^+$
$F^-$	$F_1^-$	$F_2^-$	...	$F_n^-$	

PROMETHEE I metodas, taikant „išeinančius“ ir „įeinančius“ vertinimus, apibrėžia visų alternatyvų  $A_j$  ir  $A_k$  prioritetiškumo bei identiškumo santykį su pliuso ir minuso ženklais:  $P^+$ ,  $P^-$ ,  $I^+$ ,  $I^-$ .

Su pliuso ženklu:

$A_j$  turi prioritetiškumą  $A_k$  atžvilgiu, t. y.  $(A_j P^+ A_k)$ , jei  $F^+(A_j) > F^+(A_k)$ ;

$A_j$  yra identiška  $A_k$ , t. y.  $(A_j I^+ A_k)$ , jei  $F^+(A_j) = F^+(A_k)$ .

Su minuso ženklu:

$A_j$  turi prioritetiškumą  $A_k$  atžvilgiu, t. y.  $(A_j P^- A_k)$ , jei  $F^-(A_j) < F^-(A_k)$ ;

$A_j$  yra identiška  $A_k$ , t. y.  $(A_j I^- A_k)$ , jei  $F^-(A_j) = F^-(A_k)$ .

Vienu laiku taikant „išeinančius“ ir „įeinančius“ vertinimus, galima suformuluoti bendrus alternatyvų prioritetiškumo ( $P$ ), identiškumo ( $I$ ) ir nepalyginamumo ( $U$ ) santykius:

$A_j$  turi prioritetiškumą prieš  $A_k$ , t. y.  $(A_j P A_k)$ , jei yra teisingi santykiai:

$$(A_j P^+ A_k \text{ ir } A_j P^- A_k)$$

$$\text{arba } (A_j P^+ A_k \text{ ir } A_j I^- A_k),$$

$$\text{arba } (A_j P^+ A_k \text{ ir } A_j P^- A_k).$$

$A_j$  yra identiška  $A_k$ , t. y.  $(A_j I A_k)$ , jei  $(A_j I^+ A_k \text{ ir } A_j I^- A_k)$ .

$A_j$  ir  $A_k$  yra nepalyginamos, t. y.  $A_j U A_k$ , jei neveikia nei  $A_j P A_k$ , nei  $A_j I A_k$ .

$A_j P A_k$  santykis rodo, kad  $A_j$  alternatyva turi pirmenybę prieš  $A_k$  alternatyvą;  $A_j I A_k$  santykis rodo, kad  $A_j$  ir  $A_k$  alternatyvos vienodo lygio, t. y. identiškos;  $A_j U A_k$  santykis rodo, kad  $A_j$  ir  $A_k$  alternatyvos nepalyginamos.



Alternatyvų rangavimas, taikant PROMETHEE I metodą, yra atsargus. Jis dažniausia nurodo geriausią alternatyvą, tačiau neranguoja visos alternatyvos. Tai nustato, pavyzdžiui, PROMETHEE II metodas (kurio metodika mažai skiriasi nuo PROMETHEE I metodo).

Pritaikysime PROMETHEE I metodą realiam praktikos uždaviniui spręsti.

### 3. PROMETHEE I metodo taikymas

#### Baltijos šalių ir Lenkijos ekonominės plėtros įvertinimas

Šis pavyzdys buvo išspręstas (Ginevičius *et al.* 2005, 2006) taikant keturis kiekybinius daugiakriterinio vertinimo metodus: VS (vietų suma), SAW (*Simple Additive Weighting*), TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to*

*an Ideal Solution*) ir COPRAS (kompleksinio proporcingo įvertinimo metodą). Atskirų metodų vertinimai – lyginamų šalių rangavimas – ne visada sutapdavo. Todėl įdomu palyginti vertinimus su PROMETHEE I rezultatais, nustatant geriausią alternatyvą. Kad šio metodo skaičiavimo algoritmas būtų aiškesnis, sumažinsime taikomų kriterijų (rodiklių) skaičių nuo septynių iki penkių ir paimsime keturių šalių – Estijos Latvijos, Lietuvos ir Lenkijos – 2003 metų statistinius duomenis (2 lentelė).

Keturi rodikliai yra maksimizuojamo pavidalo, vienas (nedarbas) yra minimizuojamo pavidalo. Nagrinėjamas tipinis daugiakriterinių metodų taikymo pavyzdys: vizualiai negalima nustatyti nė vienos šalies pirmenybės – atskirų rodiklių užimtos vietos svyruoja labai plačiai.

Ekspertai nustatė rodiklių svorius (3 lentelė).

2 lentelė. Šalių ekonominės plėtros rodiklių reikšmės

Table 2. Values of the criteria reflecting economic development of the countries

Rodikliai	Veiksmo kryptis	Estija		Latvija		Lietuva		Lenkija	
		Reikšmė	vieta	reikšmė	vieta	reikšmė	vieta	reikšmė	vieta
1 Bendrojo metinio vidaus produkto pokytis, procentais	max	5,1	3	7,5	2	9,7	1	3,8	4
2 Pramonės produkcijos metinis augimas, procentais	max	9,8	2	6,5	4	16,1	1	8,4	3
3 Vidutinis mėnesinis darbo užmokestis, eurai	max	430	2	298	4	306	3	501	1
4 Nedarbas, procentais	min	9,3	1	10,3	2	11,6	3	19,3	4
5 Eksporto/importo santykis	max	0,70	4	0,55	4	0,73	2	0,79	1

3 lentelė. Šalių ekonominės veiklos rodiklių svoriai ir prioritetai (vietos)

Table 3. Weights and priorities of the criteria describing economic activities of the countries

Rodiklių Nr.	1	2	3	4	5
Svoriai	0,28	0,19	0,15	0,18	0,20
Vietos	1	3	5	4	2

Kiekvienam kriterijui (rodikliui) pasirinksiame vieną iš šešių prioritetiškumo funkcijų ir nustatysime šių funkcijų parametrus. Funkcijų pavidalas ir parametrų reikšmės turėtų atitikti priimančio sprendimą asmens prioritetus. Pasirinktos prioritetiškumo funkcijos ir jų parametrai duoti 4 lentelėje.

Sąmoningai rodikliams buvo pritaikytos visos pagrindinės prioritetiškumo funkcijos (išskyrus tikimybinę šeštą), nors penktam ir šeštam rodikliams galima būtų pritaikyti kitas funkcijas.

Suskaičiuosime pagal (2) formulę visus rangavimo (*Outranking*) santykius  $\pi(A_j, A_k)$ , t. y. užpildysime rodiklių palyginimo matricą – 1 lentelę ( $t$  yra vienos iš penkių prioritetiškumo funkcijos numeris, pasirinktas 4 lentelėje  $i$ -tajam rodikliui vertinti).

Pavyzdžiui, rangavimo (*Outranking*) santykis tarp pirmosios ir antrosios alternatyvų yra lygus:

$$\pi(A_1, A_2) = \sum_{i=1}^m \omega_i p_i(d_i(A_1, A_2)) = 0,28 p_5(d_1(A_1, A_2)) + 0,19 p_3(d_2(A_1, A_2)) + 0,15 p_4(d_3(A_1, A_2)) + 0,18 p_2(d_4(A_1, A_2)) + 0,20 p_1(d_5(A_1, A_2)) = 0,28 p_5(5,1-7,5) + 0,19 p_3(9,8-6,5) + 0,15 p_4(430-298) +$$

$$0,18 p_2(-9,3-10,3) + 0,20 p_1(0,70-0,55) = 0,28 p_5(-2,4) + 0,19 p_3(3,3) + 0,15 p_4(132) + 0,18 p_2(+1) + 0,20 p_1(0,15) = 0,28 \cdot 0 + 0,19 \cdot (3,3/7) + 0,15 \cdot 0,5 + 0,18 \cdot 0 + 0,20 \cdot 1 = 0,0896 + 0,075 + 0,2 = 0,365.$$

Pastaba. Ketvirtas rodiklis (nedarbas) yra minimizuojamo pavidalo, todėl šio rodiklio skirtumas (9,3–10,3) paimtas su priešingu ženklu (minusu).

Analogiškai rangavimo (*Outranking*) santykis tarp antrosios ir pirmosios alternatyvų yra lygus:

$$\pi(A_2, A_1) = \sum_{i=1}^m \omega_i p_i(d_i(A_2, A_1)) = 0,28 p_5(d_1(A_2, A_1)) + 0,19 p_3(d_2(A_2, A_1)) + 0,15 p_4(d_3(A_2, A_1)) + 0,18 p_2(d_4(A_2, A_1)) + 0,20 p_1(d_5(A_2, A_1)) = 0,28 p_5(2,4) + 0,19 p_3(-3,3) + 0,15 p_4(-132) + 0,18 p_2(-1) + 0,20 p_1(-0,15) = 0,28 \cdot 0,4/1,5 + 0,19 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0 + 0,18 \cdot 0 + 0,20 \cdot 0 = 0,075.$$

Visų alternatyvų porų suskaičiuoti rangavimo (*Outranking*) santykiai duoti 5 lentelėje.

#### 4 lentelė. Rodiklių prioritetiškumo funkcijos

Table 4. Priority functions of the indices

Rodiklis	Prioritetiškumo funkcijos
1. Bendro metinio vidaus produkto pokytis, procentais (1 rodiklis, 5 funkcija)	$p_5(d_1) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d_1 \leq 2 \\ \frac{d_1-2}{1,5}, & \text{kai } 2 < d_1 \leq 3,5 \\ 1, & \text{kai } d_1 > 3,5 \end{cases}$
2. Pramonės produkcijos metinis augimas, procentais (2 rodiklis, 3 funkcija)	$p_3(d_2) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d_2 \leq 0 \\ \frac{d_2}{7}, & \text{kai } 0 < d_2 \leq 7 \\ 1, & \text{kai } d_2 > 7 \end{cases}$
3. Vidutinis mėnesinis darbo užmokestis, eurai (3 rodiklis, 4 funkcija)	$p_4(d_3) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d_3 \leq 50 \\ 0,5, & \text{kai } 50 < d_3 \leq 150 \\ 1, & \text{kai } d_3 > 150 \end{cases}$
4. Nedarbas, procentais (4 rodiklis, 2 funkcija)	$p_2(d_4) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d_4 \leq 2 \\ 1, & \text{kai } d_4 > 2 \end{cases}$
5. Eksporto/importo santykis (5 rodiklis, 1 funkcija)	$p_1(d_5) = \begin{cases} 0, & \text{kai } d_5 \leq 0 \\ 1, & \text{kai } d_5 > 0 \end{cases}$

5 lentelė. Visų šalių porų rangavimo (*Outranking*) santykiai  $\pi(A_j, A_k)$

Table 5. Outranking relationships of all the pairs of the countries

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$F^+$
$A_1$	0	0,365	0,255	0,218	0,838
$A_2$	0,075	0	0	0,460	0,535
$A_3$	0,651	0,427	0	0,650	1,728
$A_4$	0,275	0,402	0,350	0	1,027
$F^-$	1,001	1,193	0,605	1,325	

Įvertinsime visus teigiamus („išeinančius“) rangavimo (*Outranking*) santykius  $F^+$  ir visus neigiamus („įeinančius“) rangavimo (*Outranking*) santykius  $F^-$  ir nustatysime visų porų alternatyvų prioritetiškumo, identiškumo ir nepalyginamumo operacijas (santykius) (6 lentelė).

6 lentelė. Visų porų alternatyvų prioritetiškumo, identiškumo ir nepalyginamumo santykiai

Table 6. Relationships of preference, indifference and incomparability of all the pairs

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	*	$A_1PA_2$	$A_1UA_3$	$A_1UA_4$
$A_2$	$A_2UA_1$	*	$A_2UA_3$	$A_2UA_4$
$A_3$	$A_3PA_1$	$A_3PA_2$	*	$A_3PA_4$
$A_4$	$A_4UA_1$	$A_4UA_2$	$A_4UA_3$	*

Kaip matome, 3-ioji alternatyva (Lietuva) turi prioritetą (2003 metais) visų alternatyvų atžvilgiu (Estijos, Latvijos ir Lenkijos). Antroje vietoje – 1-oji alternatyva (Estija), kuri turi prioritetiškumą antros alternatyvos atžvilgiu (Latviją). Likusios alternatyvos poros pagal PROMETHEE I metodo vertinimą nepalyginamos: pagal „plusinių“ santykių vertinimą dominuoja vienos, pagal „minusinių“ – kitos.

Palyginimui 7 lentelėje pristatyti daugiakriterinių metodų *VS*, *SAW*, *TOPSIS* ir *COPRAS* vertinimai.

7 lentelė. Baltijos šalių ir Lenkijos ekonominės plėtros daugiakriterinis įvertinimas

Table 7. The multicriteria evaluation of the Baltic States and Poland

Metodas, reikšmė, vieta	VS	Vieta	GV	Vieta	SAW	Vieta	COPRAS	Vieta	TOPSIS	Vieta
Estija	11	2	0,253	2	0,249	2	0,249	2	0,436	3
Latvija	16	4	0,219	3	0,231	3	0,231	3	0,471	2
Lietuva	10	1	0,287	1	0,307	1	0,307	1	0,792	1
Lenkija	13	3	0,211	4	0,213	4	0,213	4	0,262	4

Visi metodai rodo, kad trečioji alternatyva (Lietuva) turi geresnę ekonomę situaciją (2003 m.) palyginti su Estija, Latvija ir Lenkija. Antroje vietoje pagal visus (išskyrus TOPSIS) metodus yra Estija. Kaip matome, PROMETHEE I metodo vertinimai vienareikšmiškai parinko geriausią alternatyvą.

#### 4. Išvados

PROMETHEE I metodas duoda galimybę nustatyti geriausią alternatyvą iš kelių vertinimų. Tai ypač aktualu, nes kiti kiekybiniai daugiakriteriniai metodai dažnai nenustato vienareikšmiškai geriausio varianto.

PROMETHEE I metodo taikymo procese turi aktyviai dalyvauti vertinimu suinteresuotas vadovas – sprendimą priimančias asmuo: jis nustato visų taikomų kriterijų (rodiklių) mažiausias ir didžiausias (kaip jis mano) ribines reikšmes ir pasirenka prioritetiškumo funkcijas.

PROMETHEE I metodas priklauso sudėtingesniems daugiakriteriniams metodams: jis netiesiogiai sujungia taikomų kriterijų (ir jų svorių) reikšmes, transformuoja jas prioritetiškumo funkcijomis.

Skaičiavimai rodo, kad PROMETHEE I metodo vertinimai nustato geriausią alternatyvą. Šio metodo rezultatai suderinti su kitų daugiakriterinių metodų vertinimais.

#### Literatūra

- Behzadian, M.; Kazemzadeh, R. B.; Albadvi, A.; Aghdasi, M. 2009. PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications, *European Journal of Operational Research* (in press).
- Brans, J. P. 1982. L'ingénierie de la decision; Elaboration d'instruments d'aide à la decision. La méthode PROMETHEE, in Nadeau, R. and Landau, M. (Eds.). *L'aide à la decision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir*. Québec, Canada. Presses de l'Université Laval, 183–213.
- Brans, J.-P.; Mareschal, B. 1992. PROMETHEE-V – MCDM problems with segmentation constraints, *INFOR* 30(2): 85–96.
- Brans, J.-P.; Mareschal, B. 1994. The PROMETHEE-GAIA decision support system for multicriteria investigations, *Investigation Operativa* 4(2): 107–117.



- Brans, J.-P.; Mareschal, B. 1996. The PROMETHEE-VI procedure. How to differentiate hard from soft multicriteria problems, *Journal of Decision Systems* 4: 213–223.
- Brans, J.-P.; Mareschal, B. 2005. PROMETHEE methods, in Figueira, J.; Greco, S.; Ehrgott, M. (Eds.). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer, 163–195.
- Figueira, J.; Greco, S.; Ehrgott, M. (Eds.). 2005. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Survey*. Springer.
- Ginevičius, R. 2006. Daugiakriterinio vertinimo rodiklių svorių nustatymas, remiantis jų tarpusavio sąveika, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 7(1): 3–13.
- Ginevičius, R.; Podvezko, V. 2008a. Daugiakriterinio vertinimo būdų suderinamumas, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 9(1): 73–80.
- Ginevičius, R.; Podvezko, V. 2008b. Daugiakriterinio vertinimo taikymo galimybės kiekybiniam socialinių reiškinių vertinimui, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 9(2): 81–87.
- Ginevičius, R.; Podvezko, V.; Andruskevičius, A. 2004. Statybos sistemų technologiškumo nustatymas AHP metodu, *Technological and Economic Development of Economy* 10(4): 135–341.
- Ginevičius, R.; Butkevičius, A.; Podvezko, V. 2005. Naujų Europos šalių ekonominės plėtros daugiakriterinis įvertinimas, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 6(2): 85–93.
- Ginevičius, R.; Butkevičius, A.; Podvezko, V. 2006. Complex evaluation of economic development of the Baltic States and Poland, *Ekonomický Časopis* [Journal of Economics] 54(9): 918–930.
- Hwang, C. L.; Yoon, K. 1981. *Multiple Attribute Decision-Making Methods and Applications, A State of the Art Survey*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Mikalauskiene, A.; Štreimikienė, D. 2008. Klimato kaitos švelninimo priemonių parinkimas, taikant daugiakriterinius sprendimų priėmimo metodus, *Energetika* 2(54): 62–69.
- Nowak, M. 2005. Investment projects evaluation by simulation and multiple criteria decision aiding procedure, *Journal of Civil Engineering and Management* 11(3): 193–202.
- Podvezko, V. 2006. Neapibrėžtumo įtaka daugiakriteriniams vertinimams, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 7(2): 81–88.
- Podvezko, V. 2008. Sudėtingų dydžių kompleksinis vertinimas, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 9(3): 160–168.
- Saaty, T. L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process*. New York: M.Graw-Hill.
- Saaty, T. L. 2005. The analytic hierarchy and analytic network processes for the measurement of intangible criteria and for decision-making, in Figueira, J.; Greco, S.; Ehrgott, M. (Eds.). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer, 345–408.
- Tamošiūnienė, R.; Šidlauskas, S.; Trumpaitė, I. 2006. Investicinių projektų efektyvumo daugiakriterinis vertinimas, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 7(4): 203–212.
- Ustinovičius, L.; Zavadskas, E. K. 2004. *Statybos investicijų efektyvumo sistemotechninis įvertinimas*. Vilnius: Technika.
- Žvirblis, A.; Mačiarinskienė, I.; Buračas, A. 2008. Įmonių konkurentų potencialo vertinimo principai ir baziniai modeliai, *Intelektinė ekonomika* 1(3): 82–92.
- Zavadskas, E. K.; Kaklauskas, A. 2007. *Mehrzielselektion für Entscheidungen im Bauwesen* [Multi-attribute Decisions in Construction]. Fraunhofer IRB Verlag (in German).

**Valentinas PODVEZKO.** Doctor, Professor, Dept of Mathematical Statistics, Vilnius Gediminas Technical University. Author and co-author of over 100 publications. Research interests : decision-making theory, expert systems, sampling models in economics.

**Askoldas PODVIEZKO.** MSc Dept of Applied Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow University (1989); University of Manchester, Manchester Business School (2005). Research interests: sampling models in economics. Business: AB bank SNORAS, Head of Department of Documentary Settlements and Guarantees. Author of 2 publications.